SAKARYA UNIVERSITY JOURNAL OF EDUCATION
Özgün Araştırma Makalesi Doi: 10.19126/suje.535565

Makale Gönderim Tarihi: 04.01.2019 Makale Kabul Tarihi: 19.04.2019
Makale Yayımlanma Tarihi: 20.04.2019 Nisan 2019 • 9(1) • 184-207

Öğretmen Adaylarının 7. Sınıf Öğrencilerinin Denklemler Konusundaki Hata ve Kavram Yanılgılarına İlişkin Farkındalıkları

Seval Deniz KILIÇ*

Öz. Öğretmen farkındalığı son zamanlarda matematik eğitimcilerinin önem verdiği konulardan birisidir. Günlük hayattaki kullanımının ötesinde meslekî bir vizyon gerektiren farkındalık becerisi, sınıf içindeki öğrenme durumlarının öğretmen tarafından önce süzülmesi, ardından yorumlanması ve sonra uygun dönüt sağlanması çerçevesinde bir dizi aktivite gerektirmektedir. Henüz mesleki deneyimi olmayan öğretmen adaylarındaki farkındalık seviyesiniaraştırmak, gelecekte verecekleri eğitim için bir öngörü sağlayacaktır. Cebir öğrenme alanı özelinde, ilköğretim öğrencilerinin çeşitli kavram yanılgılarına düştükleri ve zorluklar yaşadıkları önceki araştırmalarda belirlenmiştir. Bu nedenle bu çalışmanın amacı, ortaokul 7. Sınıf öğrencilerinin denklemler konusundaki hata ve kavram yanılgılarını belirlemek ve öğretmen adaylarının bu hata ve kavram yanılgılarına ilişkin "farkındalıklarını" gözlemlemektir. Nitel araştırma yöntemlerinin benimsendiği çalışmanın katılımcıları, orta ve yüksek akademik başarıya sahip 3 öğrenci ve 3 matematik öğretmen adayıdır. Veri toplama aracı olarak, "denklemler konusundaki hata ve kavram yanılgıları belirleme ölçeğinden" yararlanılmış ve öğretmen adaylarınınbu yanıtlara ilişkin farkındalıkları araştırılmıştır. Araştırmanın sonunda, teşhis adımındaki başarının diğer adımlar için yeterli olmadığı bulunmuştur.

Anahtar Kelimeler: Öğretmen adayı, farkındalık, cebir öğretimi, denklemler.

* Orcid ID: https://orcid.org/0000-0001-8855-4179, Dr. Öğr. Üyesi, Muğla Sıtkı Koçman Üniversitesi, İlköğretim Matematik Öğretmenliği, denizk12@hotmail.com

1. GİRİŞ

Cebir öğrenme alanı, matematik eğitiminde önemli bir yere sahiptir. Literatürde bu öğrenme alanına ilişkin çok sayıda çalışma yer almaktadır (Dede, 2004; MacGregor ve Stacey, 1997; Masal ve Sert-Çelik, 2018; van den Kieboom, Magiera ve Moyer, J., 2017; Yaman, Toluk ve Olkun, 2003). Bu çalışmalar, öğrencilerin denklem kurma ve çözme, cebirsel ifadelerin kullanımı ve problem çözme gibi pek çok konuda güçlükler yaşadığını göstermektedir. Çalışmaların önemli bir bölümü de, öğrencilerin değişken ve eşitlik kavramlarında yaşadıkları güçlükler ve kavram yanılgıları üzerinedir. (Dede, 2004; Mac Gregor ve Stacey, 1997; Masal ve Sert-Çelik, 2018; van den Kieboom, Magiera ve Moyer, 2017; Knuth, Alibali, McNeil, Weinberg ve Stephens, 2005).

Matematik öğretiminde konuların sadece işlemsel değil, kavramsal olarak da anlaşılmasına önem vermek gereklidir. Söz konusu durum dikkate alındığında, kavram yanılgılarının belirlenmesi ve giderilmesi daha olası gözükmektedir. Bu çalışma, cebir konusundaki kavram yanılgıları genel çerçevesinde, özel olarak eşitlik kavramını irdelemeye doğru yönelmiştir. Literatürde, eşitlik kavramı hakkında öğrencilerin yaklaşımları incelendiğinde, yaklaşımların ilişkisel ve işlemsel düşünce olmak üzere iki ana kategoride yoğunlaştığı görülmektedir. (Knuth vd., 2005; van den Kieboom, Magiera, & Moyer, J., 2017). İşlemsel düşünen öğrenciler, eşitliğin sadece sonuç üretmesi gerektiğine inanırlarken, ilişkisel düşünen öğrenciler ise eşittir işaretinin, iki taraftaki aynı nicelikleri ayıran bir sembol olduğunu düşünürler (van den Kieboom vd., 2017). Aslında bu ayrımı farketmek, "eşitliğin yalnızca sonuç üretmesi" kavram yanılgısının giderilmesine de yardımcı olacaktır. Bu nedenle, literatürde eşittir işaretini "eş nicelikleri ayıran sembol" olarak gören öğrencilerin düşüncelerini fark etmenin, öğretmenler için önemli olduğu ifade edilmektedir (Carpenter vd., 2005; Matthews et al., 2012). Öğretmenin öğrencisinin eşitlik hakkındaki düşüncelerini farketmesi ve işlemsel düşünceden ilişkisel düşünmeye geçişini sağlamak için bir takım çalışmalar yapması, öğrencideki bu direnci kıracaktır (van den Kieboom vd., 2017).

Bu konuda yol alınabilmesi için de, öğretmenlik mesleğine başlamadan önce aday öğretmenlerin, öğrencilerin matematiksel yaklaşımlarını doğru bir biçimde gözlemlemesi ve yorumlaması anlamlı olacaktır. Çünkü öğretmenin bilgisi ve bu bilgisini kullanması birbirine bağlıdır (Llinares ve Krainer, 2006). Öğretmen bilgisi, öğretmenin ya da adayın, alandaki temel kavram ve konuları bilmesinden öte özel bir bilgi türüdür (Shulman, 1987; Ball, Thames, &Phelps, 2008). Bu bilginin içinde, öğrencinin sahip olması gereken ön bilgileri kestirebilme, karşılaştığı veya karşılaşabileceği güçlükleri ve kavram yanılgılarını belirleme ve bunlar için önlemler alma yer alır (Shulman, 1987). Bu nedenle, matematik öğretmeninin bilgisini sınıf ortamında nasıl kullandığı, matematik eğitimindeki önemli konulardan birisi haline gelmiştir (Ponte ve Chapman 2006).

Bu noktada, öğretmenin ya da öğretmen adayının öğrenci çalışmalarını anlamlandırması önemli bir adımdır. Alan yazında "farkındalık" (noticing) olarak geçen bu "anlamlandırmanın" içinde, karar vermek için öğrenci çalışmalarını tanımlama ve yorumlama becerisi yer alır (Jacobs, Lamb ve Philipp, 2010; Sherin, Jacobs, ve Philipp,

2011). Burada "fark etme" ile öğretmenin öğrencisinin çözmekle yükümlü olduğu probleme ait matematiksel ögeleri tanımladığı varsayılır. Öğrenci yanıtlarına aşinalık, öğrenci bilgisini yorumlamada ve gerekli eğitim kararlarının alınmasında öğretmeni avantajlı konuma sokacaktır (Sa´nchez-Matamoros, Ferna´ndez ve Llinares, 2015). Öğrencinin matematiksel düşüncesini anlamak ve analiz edebilmek için, öğrencinin yazdığı, söylediği ve yaptığı şeylerden anladıklarını çıkarsamak ve yeniden oluşturmak yer alır. Öğretmenin; öğrencisinin matematiksel düşüncesini fark etme becerisi, cevapların doğru ya da yanlış olduğunu görmesinden daha fazlasını gerektirir (Callejo ve Zapatera, 2017). Aslında, matematiksel öğrenme açısından öğrencilerin cevaplarının ne anlama geldiğini, anlamlı olup olmadığını tartışmak gereklidir (Hines ve McMahon, 2005; Wilson, Mojica ve Confrey, 2013).

Literatürde, öğrenci çalışmalarına ve öğrencinin düşünce sürecine ilişkin öğretmen ve öğretmen adayı farkındalığını inceleyen çok sayıda çalışmaya rastlanmaktadır. (Schack, Fisher, Thimas, Eisenhardt, Tassell ve Yoder, 2013; Bartell, Webel, Bowen ve Dyson, 2013; van den Kieboom, Magiera ve Moyer, 2017; Callejo ve Zapatera, 2017; Fernández, Llinares ve Valls, 2012, Fernández, Llinares ve Valls, 2012). Örneğin, Bartell, Webel, Bowen ve Dyson (2013) öğretmen adaylarının, çocukların kavramsal anlama kanıtlarını tanıma yeteneklerini ve öğretmen adaylarının alan bilgilerinin öğrencinin matematiksel anlamalarını teşhis etmedeki rolünü incelemiştir. Sonuçlara göre, alan bilgisi öğretmen adayının öğrenci bilgisini analiz etmesinde yeterli değildir. Fakat buna yönelik kurslarla geliştirilebilir. Schack, Fisher, Thimas, Eisenhardt, Tassell, ve Yoder (2013) öğretmen adaylarının mesleki farkındalık becerisinin gelişimini çalışmışlardır (öğrenci stratejilerine katılma, öğrencinin matematiksel anlamasını yorumlama ve öğrenci anlamasının nasıl yanıtlanacağına karar verme). Ön test ve son test ile öğretmen adaylarının bu üç bileşene göre gelişimini incelemişlerdir. Elde edilen bulgulara göre; öğretmen adayları, mesleki gelişimin öncesi ve sonrasında öğrencilerin stratejilerini hatırlamak konusunda öğrencilerin matematiksel düşüncelerini yorumlamaktan daha iyiydiler. Bununla beraber, öğretmen adayları her üç bileşende de önemli gelişmeler sergilemişlerdir. Bu çalışma da, öğretmen adaylarının öğrenci çalışmalarını analiz etmesi ile alınacak tedbir ve kararlara katkıda bulunulması açısından önem taşımaktadır. Aday öğretmen mesleki yaşamına başlamadan önce, ileride karşılaşabileceği eğitim durumlarına hazırlanmalıdır.Cebir alanının öğrenci açısından büyük önem taşımasına karşın, yapılan araştırmalar gerek yurt içinde gerekse yurt dışında öğrencilerin cebirdeki başarılarının düşük olduğunu (Erbaş, Çetinkaya ve Ersoy, 2009; Kenney ve Silver, 1997; Kieran, 1992) göstermektedir.Yaşanan bu güçlükleri azaltmak da, ancak öğrencilerin karşılaştıkları güçlükleri doğru teşhis etmek ve gidermek ile mümkün olacaktır. Güncellenen öğretim programları sayesinde hak ettiği önemi bulan matematiğin ana öğrenme alanlarından cebire ilişkin geçmişten günümüze uzanan çok sayıda ve çok boyutlu araştırmalara rastlanmaktadır (English ve Halford, 1995; MacGregor ve Stacey,1993; Perso, 1992; Wagner, 1983). Bu çalışmaların bir bölümünde, matematiğin farklı alanlarında olduğu gibi, cebir öğrenme alanında da öğrencilerin karşılaştığı farklı güçlükler ve kavram yanılgıları ortaya konmakta ve bunların

giderilmesi için çeşitli önerilere yer verilmektedir. Kavramların anlamlı bir şekilde öğrenilmeyişi, kavram yanılgılarının oluşmasına neden olmaktadır. Matematiksel kavram yanılgısının, öğrencide uzun süreden beri doğru kabul edilen ve kolay değişmeyen ve matematiksel gerçeklerle çelişen bir yapıda olması (Erbaş ve diğerleri, 2009) düzeltilmesini de güçleştirecektir. Yapılan çalışmalar; eşitlik, denklem, cebirsel ifadeler, değişkenler gibi cebir kavramlarına ilişkin çeşitli güçlükler ve kavram yanılgıları olduğunu göstermektedir (English ve Halford, 1995; MacGregor ve Stacey,1993; Perso, 1992; Wagner, 1983). Stacey ve MacGregor'e (1997) göre cebirdeki kavram yanılgılarının sebepleri; öğrencilerin yeterince aritmetiksel deneyimlere sahip olmamaları, cebirdeki harflerin kullanımı ile harflerin diğer kullanımlarının aynı olmaması ve cebirin kendine özgü bir dilinin ve kendine özgü kurallarının olmasıdır. Cebir alanında öğrencinin sahip olduğu bu yanılgı ve güçlüklerin giderilebilmesi için, öğretmenin bunları doğru belirleyebilmesi ve iyileştirme çalışmalarında bulunması gereklidir. Bu nedenle, öğretmenin ya da öğretmen adayının öğrenci yanıtlarını anlaması ve anlamlandırması önemlidir. Kuramsal çerçevesi Jacobs ve diğerleri (2010) tarafından netleştirilen ve literatürde "farkındalık" olarak adlandırılan bu sürecin verimli geçebilmesi için yapılacaklar araştırmacılar tarafından şu şekilde sıralanmıştır: Öğretmen, öğrencilerin kullandığı stratejilere, yaklaşımlara, çözümlere aşina olmalı, bunları doğru tanımlamalı; öğrenciden anladıklarını yorumlamalı ve öğrenciyi doğru cevaba ulaşması için yönlendirmelidir.

Amaç

Farkındalık kavramı, Türk Eğitim araştırmaları için yeni olduğu düşünülen bir kavramdır. Bu konuya ilişkin olarak, ulusal alan yazında ders imecesi modelinin içinde çalışılmış olan (Özdemir-Baki ve Işık, 2018; Güner ve Akyüz, 2017) farkındalık kavramına rastlanmıştır. Özdemir-Baki ve Işık (2018) çalışmalarında; sadece matematik öğretmeninin öğrenci yanıtlarını anlaması ve yorumlamasını incelemekte, yanıtlama aşamasına geçmemektedirler. Bu yönü ile çalışmamızın söz konusu çalışmayı ileri taşıdığı söylenebilir. Katılımcıları öğretmenlerden oluşan bu çalışmadan diğer bir farkımız da öğretmen adayları ile çalışmamızdır. Güner ve Akyüz (2017) ise çalışmalarında, öğretmen adaylarının ders planlama ve uygulama aşamalarındaki farkındalığına odaklanmışlardır. Bizim çalışmamız, öğretmen adaylarının öğrenci ile birebir görüşmesine dayalı olması yönüyle bu çalışmadan da ayrılmaktadır.

Aslında dolaylı olarak deneyimli her öğretmenin sınıfında kullandığı bu kavram, temelde öğretmenin sınıf içindeki olayları doğru okuması, yorumlaması ve bunlara yönelik eylem planı yapması esasına dayanır. Çalışmamızda, öğretmen adayları ile çalışılmış ve onların farkındalık düzeyleri araştırılmıştır. Amacımız, ilköğretim matematik öğretmenliğine devam eden 3 öğretmen adayının öğrenci farkındalık düzeyini belirlemektir. Bu amaçla Jacobs ve diğerleri (2010) tarafından geliştirilen teorik çerçeveden yararlanılmıştır.

Problem

Çalışmanın problem cümlesi, "öğretmen adaylarının, cebir alanına ilişkin öğrenci farkındalıkları nelerdir?" olarak ifade edilebilir.

2. YÖNTEM

Araştırma Modeli

Öğretmen adaylarının öğrenci yanıtları bağlamında farkındalıklarının belirlenmesinin amaçlandığı bu araştırmanın verilerinin toplanması, çözümlenmesi ve yorumlanmasında nitel araştırma yöntemlerinden yararlanılmış ve durum çalışması (case study) deseni kullanılmıştır. Durum çalışması bir olayı meydana getiren ayrıntıları tanımlamak ve görmek, bir olaya ilişkin olası açıklamaları geliştirmek ve bir olayı değerlendirmek amacıyla kullanılır (Gall, Borg ve Gall, 1996).

Araştırmanın Katılımcıları

Araştırma için katılımcı seçimi iki aşamada gerçekleşmiştir. Çalışma grupları seçilirken, amaçlı örnekleme yöntemlerinden ölçüt örnekleme yöntemi kullanılmıştır (Yıldırım ve Şimşek, 2003). Katılımcıların seçiminde kullanılan ölçüt, ortaokul öğrencilerinin denklemler konusunu işlemeleri ve öğretmen adaylarının da temel cebirsel kavramları bilmeleri açısından "cebirsel kavramlar ve öğretim yaklaşımları dersi"ni almış olmaları olarak belirlenmiştir. Uygulama güz yarıyılının ortalarında yapılmıştır. Matematik öğretmenliği lisans programı 4. sınıfta yer alan "özel çalışma" seçmeli dersi kapsamında yürütülen çalışmada, ilk olarak öğretmen adaylarından literatürde yer alan, öğrencilerin cebir konusunda karşılaştıkları kavram yanılgılarını belirlemeleri istenmiştir. Adaylar, çeşitli kitap ve makalelerden okumalar yapmış ve özümsedikleri bilgileri raporlaştırmışlardır. Buradaki amaç, adayların temel bilgilerini tazelemeleri (lisans programı 2. sınıfta yer alan cebirsel kavramlar ve öğretim yaklaşımları dersinde de bu konuya yönelik araştırma yapmış ve rapor hazırlamışlardır) ve konuya ısınmalarıdır.

İkinci aşamada, kolay ulaşılabilirlik ilkesi esas alınarak, her bir aday için birer 7. sınıf öğrencisi seçilmiş ve adaylar veri toplama aracında yer alan soruları öğrencilerine yöneltmişlerdir. Yapılan bu birebir görüşmelerin ses kayıtları fakültedeki derslerde dinlenmiştir. Lisans dersinin gereği olarak, toplamda 6 aday bu konuda çalışmış ve rapor hazırlamışlardır. Çalışmanın sonraki aşamasında ise gönüllülük esas alınmış ve bu 6 öğretmen adayından 3'ünün görüşlerine başvurulmuştur. Çalışmaya katılan ortaokul öğrencilerinin de orta ve yüksek akademik başarıya sahip ve çalışmaya katılım için gönüllü öğrenciler olmalarına özen gösterilmiştir. Bu öğrenciler, adayların staj okullarındaki uygulama öğretmenlerinin referansları ile seçilmiş ve görüşmeler ders kapsamında gerçekleştirilmiştir. Gizlilik gereği, öğrenci ismi yerine Ö1, Ö2,… ve öğretmen adayları için de ÖA1, ÖA2,…gibi kodlar kullanılmıştır.

Veri Toplama Aracı

Araştırmada veri toplama aracı olarak, 7 sorudan oluşan ve aşağıda yer verilen 7. sınıf denklemler konusunda yaygın olarak karşılaşılan kavram yanılgılarını test etmeye yönelik "denklemler konusundaki hata ve kavram yanılgıları belirleme ölçeği (Erdem, 2013)" kullanılmıştır. Bu ölçek, Erdem (2003)'ün tez çalışmasında kullandığı, geçerlik ve güvenirlik çalışması yapılmış bir ölçektir. Nitel araştırma yöntemlerinin benimsendiği çalışmada, öğretmen adaylarının 7. sınıfa devam eden orta ve yüksek akademik başarıya sahip öğrencilerle yaptıkları görüşmeler sesli olarak kaydedilmiş ve sonrasında bu kayıtların yazılı dökümleri yapılmıştır. Daha sonra adayların, görüşme yaptıkları öğrenci yanıtlarını anlamlandırmaları ve yorumlamaları istenmiştir. Öğretmen adaylarının yorumladıkları öğrenci görüşme formu aşağıdaki gibidir:

Denklemler Konusundaki Hata Ve Kavram Yanılgılarını Belirleme Ölçeği

S.1. Bir sınıftaki kızların sayısı, erkeklerin sayısının 3 katıdır. K: sınıftaki kızların sayısını; E: sınıftaki erkeklerin sayısını temsil ettiğine göre, aşağıda verilen ifadelerden hangisi doğrudur?

a) E + K=3 **b)** E=3K

c) K=3E **d)** E + K=4

Bu seçeneği işaretlemenizin nedenini açıklayınız.

S.2.Aşağıda verilenlerden hangisi ya da hangileri 1. dereceden 1 bilinmeyenli denklemdir?

I. 2m+13=-66 **II.** $x^2 + 8x - 13 = 0$

III.102=45+x **IV.** $\frac{2a+3}{5}=11$

a)I, II, III ve IV **b)** I, III ve IV

c) II ve III **d)** I ve III

Bu seçeneği işaretlemenizin nedenini açıklayınız.

S.3.176 = ☐ - 128 ifadesinde ☐ yerine gelebilecek sayı aşağıdakilerden hangisidir?

a) 304 **b)** 176 **c)** 128 **d)** 48

Bu seçeneği işaretleme nedeninizi işlemi çözerek gösteriniz.

S.4. $-4+\frac{7}{6}a=\frac{a}{3}+6$

I.Bilinmeyen terimlerin paydalarını eşitleyip, toplarım.

II. Eşitliğin her iki tarafını 5 ile bölerim.

III. Bilinmeyen terimleri eşitliğin bir tarafında, bilinen terimleri eşitliğin diğer tarafında toplarım.

IV. Eşitliğin her iki tarafını 6 ile çarparım.

Denkleminin çözümü için yapılacak işlemler sırasıyla aşağıdakilerden hangisidir? Nedeninizi açıklayınız.

S.5. Aşağıda verilen denklemi paydadan kurtarmak için hangi işlemi uygularız?

$$\frac{x+6}{5}=\frac{9}{3}$$

Bu işlemi uygulamanızın nedenini biliyor musunuz? Denklemi paydadan kurtarmak için başka bir yöntem var mı?Varsa açıklayınız ve denklemi çözünüz.

S.6. $7(x+2)-12=2x+27$ denkleminin çözüm kümesini bulmak için yaptığınız her işlemi nedeniyle birlikte gösteriniz.

S.7. $4x+6=18$ denklemini terazi üzerinde modelleyerek çözünüz.



Veri toplama sürecinin ikinci bölümünde, her bir öğretmen adayının, öğrencisinin çalışma dökümlerini analiz etmeleri istenmiştir. Bu analizi gerçekleştirebilmeleri için adaylara bir görüşme formu uygulanmıştır. Bu görüşme formunda öğretmen adaylarının şu sorulara yanıt vermesi istenmiştir:

1- Öğrenci yanıtının doğru olup olmadığını gerekçeleri ile belirtiniz. Öğrenci çözümünde ne yapmıştır, hangi stratejileri kullanmıştır? Bu stratejilerin isimlerini biliyorsanız açıklayın, bilmiyorsanız matematiksel olarak kendinizce açıklayınız.

2- Öğrencinin neden böyle bir yanıt vermiş olabileceğini ve yanıtın bildiğiniz hangi matematiksel kavramlarla ilişkili olduğunu açıklayınız (yorumlayınız).

3- Siz bu öğrencinin öğretmeninin yerinde olsaydınız, bu yanıta (ya da çözüme) nasıl tepki verirdiniz? Öğrencinizi doğru çözüme nasıl yönlendirirdiniz?

Öğretmen adaylarından, ilk iki soruyu yanıtladıktan sonra, görüşme formunda yer alan 3. Soruya yönelik olarak bir çalışma yaprağı geliştirmeleri istenmiştir. Çünkü kavram yanılgılarının giderilmesinde çalışma yaprakları kullanmanın olumlu etkisi bilinmektedir (Akkaya ve Durmuş, 2010).

Verilerin Analizi

Bu yanıtların sonucunda bir puanlamaya gidilmiş ve kanıtlar; “güçlü”=3, “sınırlı=2” ve “eksik=1” olacak şekilde puanlanmıştır. Bu terimler Jacobs ve diğerleri (2010) tarafından kullanılan ifadelerdir. Puanlamanın güvenirliği için, aynı araştırmacı

tarafından farklı zamanlarda değerlendirmeler yapılmış ve iki farklı değerlendirmeden elde edilen puanların ortalamaları alınmıştır. Bu puanların ne anlama geldiğini anlamak için (Barnhart ve Van Es, 2015) tarafından geliştirilen tablo 1'deki açıklamalar incelenebilir:

Tablo 1

Puanlama açıklaması

	Az Gelişmiş	Orta Seviye	Çok Gelişmiş
Teşhis	Sınıf olaylarının, öğretmen pedagojisinin, öğrenci davranışlarının ve / veya sınıf ikliminin üzerinde durur. Öğrenci düşüncesine dikkat etmez	Veri toplayarak öğrenci düşüncesini ortaya koyar(bilimsel sürece odaklanır)	Veri toplayarak, analiz yaparak ve yorumlayarak öğrenci düşüncesini ortaya koyar(bilimsel kavramsallığa odaklanır)
Analiz	Çok az veya hiç önemi olmayan olayları vurgular. Etkileşimler ve sınıf etkinliklerini Ayrıntılı olarak açıklamaz veya analiz etmez. İddiaları desteklemek için kanıt kullanımı azdır ya da hiç yoktur.	Önemli olayları anlamlandırmaya başlar. İddialarını desteklemek için bazı kanıtlar kullanır.	Sürekli olarak önemli olayları anlamlandırmaya başlar. İddialarını desteklemek için sıklıkla kanıtlar kullanır.
Yanıt	Ders boyunca öğrencinin özel bir fikrini belirleyemez ve tanımlayamaz, bir dahaki sefere farklı olarak ne yapılması konusunda belirsiz	Ders boyunca öğrencinin özel bir fikrini belirler ve tanımlar, bir dahaki sefere farklı olarak ne yapılması gerektiğini önerir.	Ders boyunca öğrencinin özel bir fikrini belirler ve tanımlar, bir dahaki sefere farklı olarak ne yapılması gerektiğini kanıtlara dayalı

	ve kopuk önerilerde bulunur.	olarak önerir. Öğrenme ve öğretme arasında mantıklı bağlantılar kurar.

Tablo 1'de ifade edilen bu yapı, puanlama kriterinin teorik çerçevesidir. Örneğin, eksik olarak puanlanan kısım, tabloda yer alan "az gelişmiş" bölümünde yer bulan, "sınıf olaylarının, öğretmen pedagojisinin, öğrenci davranışlarının ve / veya sınıf ikliminin üzerinde durur. Öğrenci düşüncesine dikkat etmez" bölümüne karşılık gelmektedir. Böyle bir çerçeve oluşturulması, Franke ve Kazemi'nin (2001) de ifade ettiği gibi, öğrencinin farkındalık seviyesini anlamlandırmamızda bize yardımcı olacaktır. Buna uygun olarak hazırlanan derecelendirmeli puanlama anahtarı (rubrik) şu şekilde puanlanmıştır:

Tablo 2

Derecelendirmeli puanlama anahtarı (rubrik)

	Az Gelişmiş	Orta Seviye	Çok Gelişmiş
Teşhis	Durumu tanımlar. Öğrenci düşüncesine dikkat etmez.	Veri toplayarak öğrenci düşüncesini ortaya koyar (bilimsel sürece odaklanır)	Veri toplayarak, analiz yaparak ve yorumlayarak öğrenci düşüncesini ortaya koyar (bilimsel kavramsallığa odaklanır)
Puan	1	2	3
Analiz	Çok az veya hiç önemi olmayan olayları vurgular. Açıklamaları ayrıntılı olarak açıklamaz veya analiz etmez. İddiaları desteklemek için kanıt kullanımı azdır ya da hiç yoktur.	Önemli olayları anlamlandırmaya başlar. İddialarını desteklemek için bazı kanıtlar kullanır.	Sürekli olarak önemli olayları anlamlandırmaya başlar. İddialarını desteklemek için sıklıkla kanıtlar kullanır.
Puan	1	2	3

Yanıt	Açıklamalarda öğrencinin özel bir fikrini belirleyemez ve tanımlayamaz, bir dahaki sefere farklı olarak ne yapılacağı konusunda belirsiz ve kopuk önerilerde bulunur.	Açıklamalarda öğrencinin özel bir fikrini belirler ve tanımlar, bir dahaki sefere farklı olarak ne yapılması gerektiğini önerir.	Açıklamalarda öğrencinin özel bir fikrini belirler ve tanımlar, bir dahaki sefere farklı olarak ne yapılması gerektiğini kanıtlara dayalı olarak önerir. Öğrenme ve öğretme arasında mantıklı bağlantılar kurar.
Puan	1	2	3

Her bir öğrenci için her bir soru puanlanmıştır. Bunun sonucunda elde edilen bulgular sunulmuştur.

3. BULGULAR

Tablo 3

Açıklama puanları

	ÖA1			ÖA2			ÖA3		
	Teşhis	Analiz	Yanıt	Teşhis	Analiz	Yanıt	Teşhis	Analiz	Yanıt
1	3	3		3	2		3	3	
2	3	3		3	2		3	3	
3	3	3		3	2		3	2	
4	3	2		3	3		3	2	
5	3	2		3	3		3	2	
6	3	2		3	1		3	3	
7	3	3	3	3	3	3	3	3	3

Tablo 3'de öğretmen adaylarının her bir açıklama için kazandıkları puanlar gösterilmiştir. "Yanıt" adımı için adaylardan "kavram yanılgılarını belirleme ölçeği"ndeki sadece son soruya açıklama getirmeleri istenmiştir. Çünkü adaylarla yapılan görüşmeler sonucunda, öğrenciler tarafından en kapsamlı açıklamaların bu soru için geleceği görüşü baskın olmuştur.

Her bir adım için rubrikten alınabilecek puan ortalamaları düşünüldüğünde, alınabilecek en düşük puan 0 ve en yüksek puan 3'tür. Buna göre, tablo 4'deki gibi bir seviyelendirme yapmak olasıdır:

Tablo 4

Ortalama puanlar

Düşük	Orta	Yüksek
0-1	1.1-2	2.1-3

Buna göre, adayların ilk iki adım için verdiği yanıtlardan aldıkları puan ortalamaları tablo 5'deki gibidir:

Tablo 5

Ortalama puanlar

	TEŞHİS	YORUMLAMA
Ö1	3	2.5
Ö2	3	2.1
Ö3	3	2.5

Ortalama puanlardan, her adayın "teşhisinin" yüksek seviyede olduğu görülmektedir. Bu puanlamaların nasıl yapıldığını açıklamakanlamında, öğretmen adaylarının görüşme formunda yer alan açıklamaları doğrudan alıntılarla ifade edilmiştir. Bu açıklamalar ve bunların puan karşılıkları aşağıdaki gibidir:

- ÖA1-soru1 (teşhis): Öğrenci soruda kız öğrencilerin sayısının, erkek öğrencilerin sayısının 3 katı olduğunu anlıyor fakat bunu cebirsel olarak ifade ederken "E=3K" diyor. →3puan
- ÖA1-soru2 (analiz): Kızlar 3 kat fazla olduğu için öğrenci direkt olarak kızların önüne 3 çarpanını getiriyor. Aslında yazdığı ifadenin ne anlama geldiğini bilmiyor. Yani aslında sözel ifadeyi cebirsel ifadeye dönüştüremiyor. →3puan
- ÖA3-soru7 (teşhis, analiz): "Sefa, denklemi normal olarak çözüp doğru sonuca ulaşmıştır. Terazide modelleme konusunda takılmıştır. Bir kefede 4x diğerinde 6 olmalı diyerek, birbirlerine eşit olmalarını ve toplayınca sonucun 18 olması gerektiğini düşünmüştür. Hatta bir ara sabit terimle bilinmeyeni toplamış ve sonucu 18 bulmuştur. Bunun olamayacağını söyleyerek + ve – nin daima sonuç gerektirdiği yanılgısına sahip olmadığı görülmüştür. Öğrenci terazi ile ilgili modellemede hata yapmıştır. Bu denklemde "=" işaretinin sonuç belirttiğini düşünmüştür bu bir kavram yanılgısıdır. Daha önceki sorularda böyle

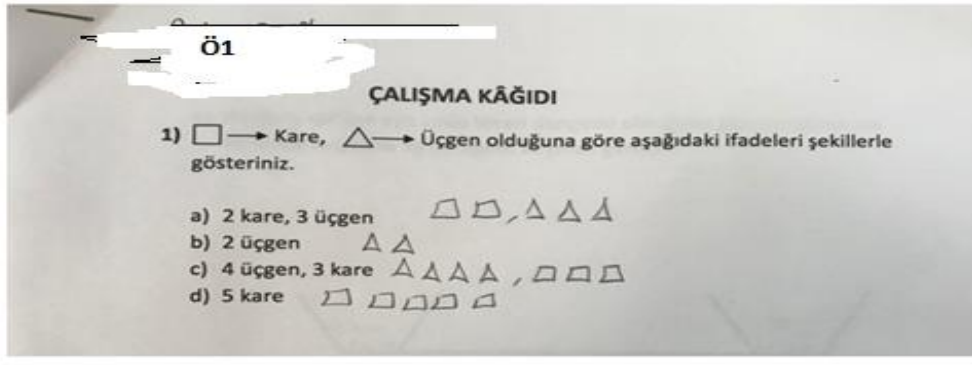
açıklamamıştı. Alışık olmadığı soru tipiyle karşılaşınca bu şekilde açıklamalarda bulunmuştur. Öğrenci denklemdeki "eşitlik" ile terazi arasında bir ilişki kuramamıştır. Öğretim sürecinde yüksek ihtimalle bu tür modellemelerle karşılaşmadığı için hiç fikir üretememiştir". →ikisi de 3'er puan

"Yanıt" adımı için ise öğretmen adaylarından, tüm öğrencilerin yanlış çözdüğü bir soru seçerek, kavram yanılgısını giderici bir çalışma kâğıdı hazırlamaları istenmiştir. Adaylarla yapılan görüşmelerin ve ortaokul öğrencilerinin yanıtlarının incelenmesi sonucu, "kavram yanılgılarını belirleme ölçeğindeki" 7. soruda öğrencilerin hata yaptığı belirlenmiştir. Buna göre adaylardan bu soru için öğrencilerine yol göstermeleri istenmiştir. Örnek olarak seçilen ÖA1'e ait 7. problemdeki hataları gidermek üzere oluşturulan çalışma kâğıdı aşağıdaki gibidir:

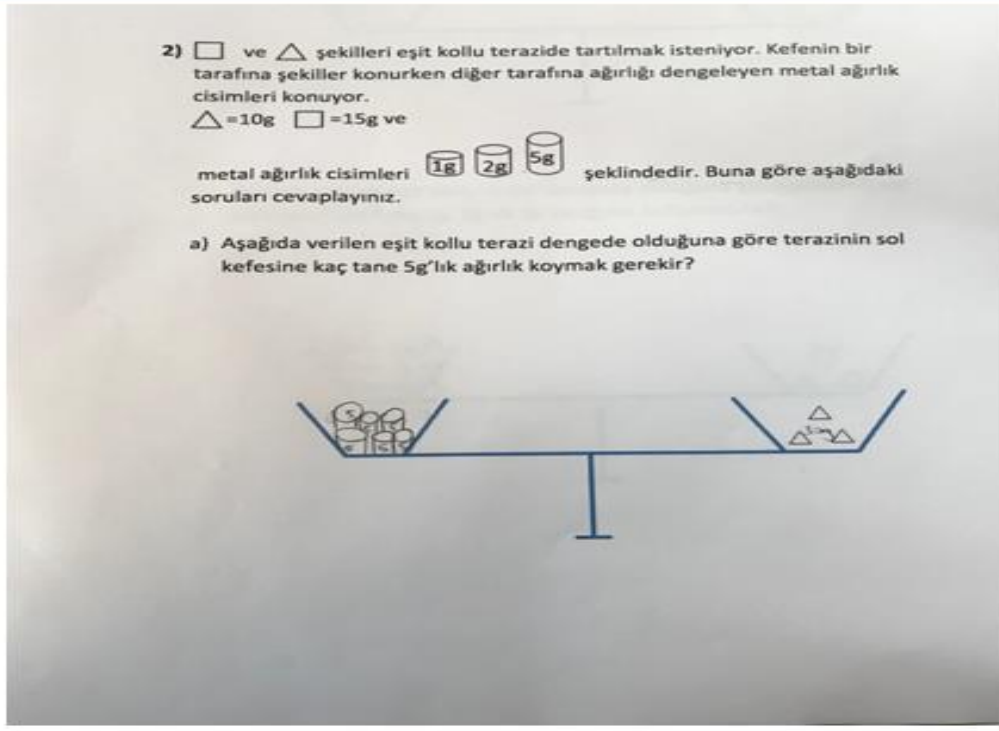
Çalışma Kağıdı 1

Öğrencinin yanına gidip hazırladığım çalışma kâğıdını verdim ve yanına oturdum.

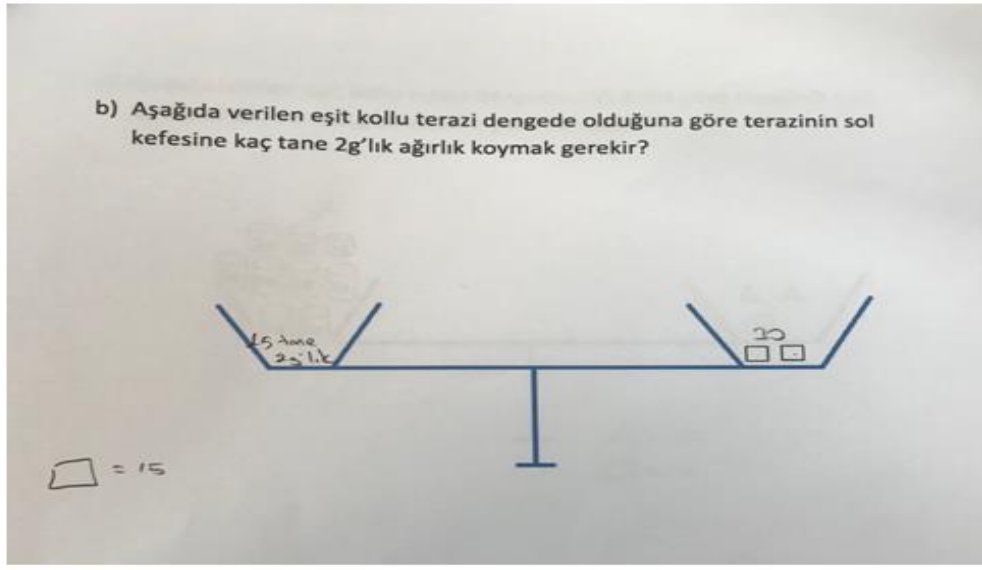
1. soruyu okur okumaz şekilleri çizmeye başladı. Soruyu doğru şekilde çözdü.



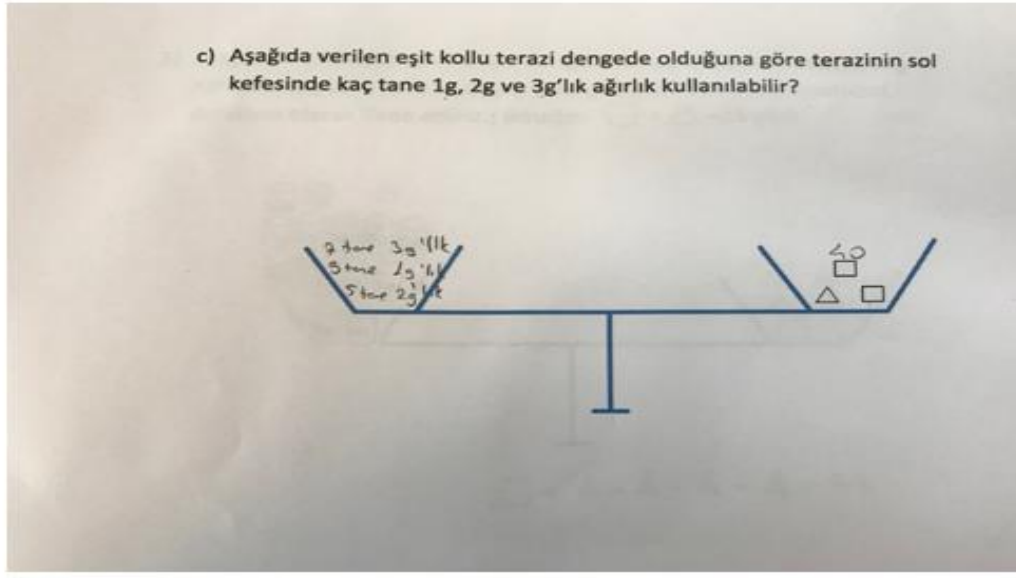
Daha sonra 2. soruya geçtiğinde terazinin sağ kefesindeki cisimlerin toplam ağırlığı hesapladı. Ve 30g bulup kefenin içine yazdı. Teraziyi dengede tutabilmek için sol kefeninde aynı ağırlıkta olması gerektiğini söyledi. 5g'lık ağırlıklardan kaç tane olması gerektiğini bulmak içinde 30/5 işlemini yapıp 6 tane çizdi.



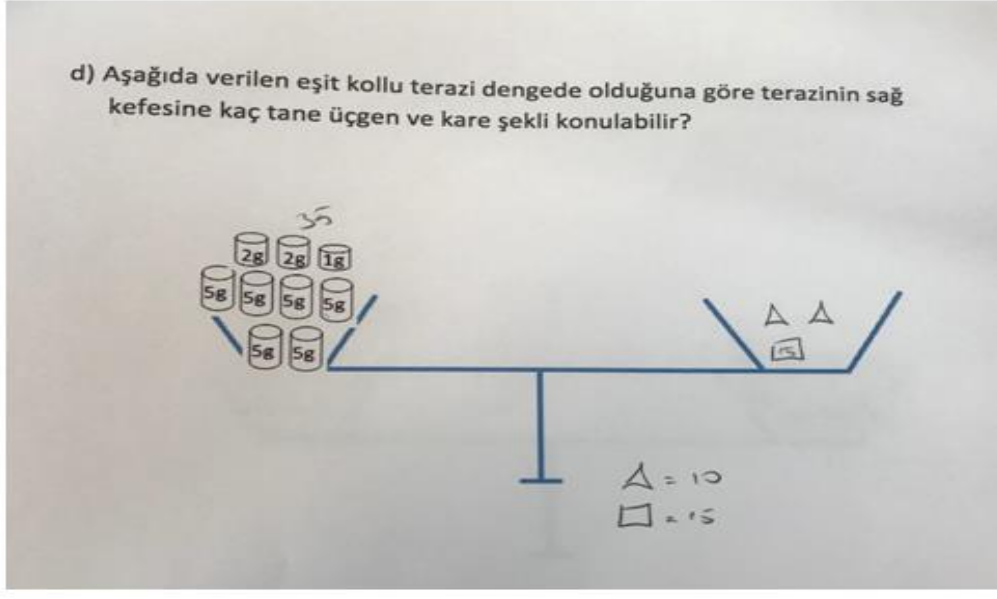
B sorusuna geldiğinde ise yine aynı adımları takip etti. Önce sağ kefedeki cisimlerin toplam ağırlığı hesaplayıp sol kefeninde aynı ağırlıkta olması gerektiğini söyleyip 30/2 işlemini yapıp 15 tane 2g'lık ağırlıkların olması gerektiğini söyledi.



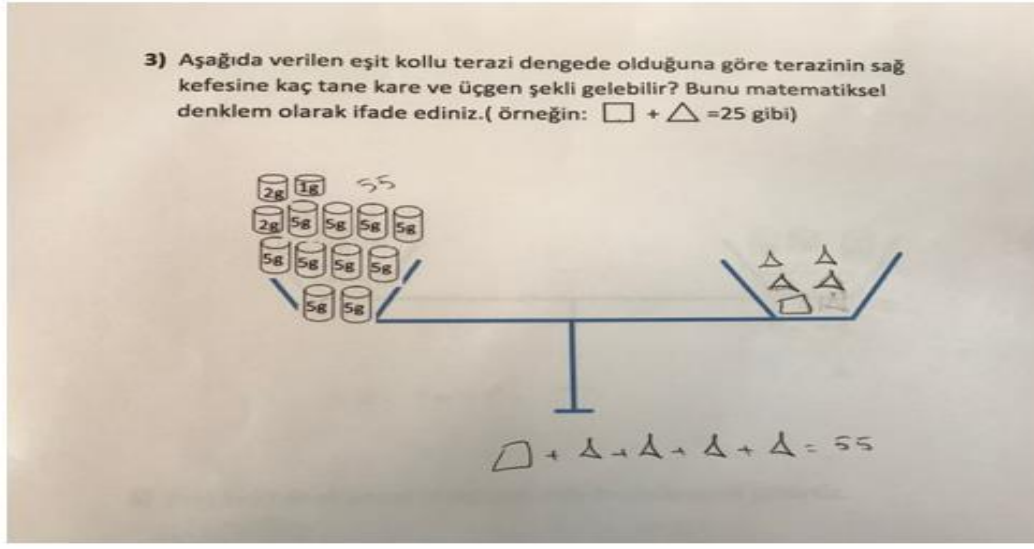
C sorusuna geldiğinde ise yine terazinin sağ kefesindeki verilen cisimlerin ağırlıkları hesaplayıp daha sonra 1, 2 ve 3g'lık ağırlıklardan kaç tane koyabileceğini hesapladı. Bunu yaparken de öncelikle 5g'lık ağırlıkları temel aldı. Daha sonra 2g'lıkları ve en son da 1g'lık ağırlıklardan kaç tane olursa dengede kalabileceğini buldu.



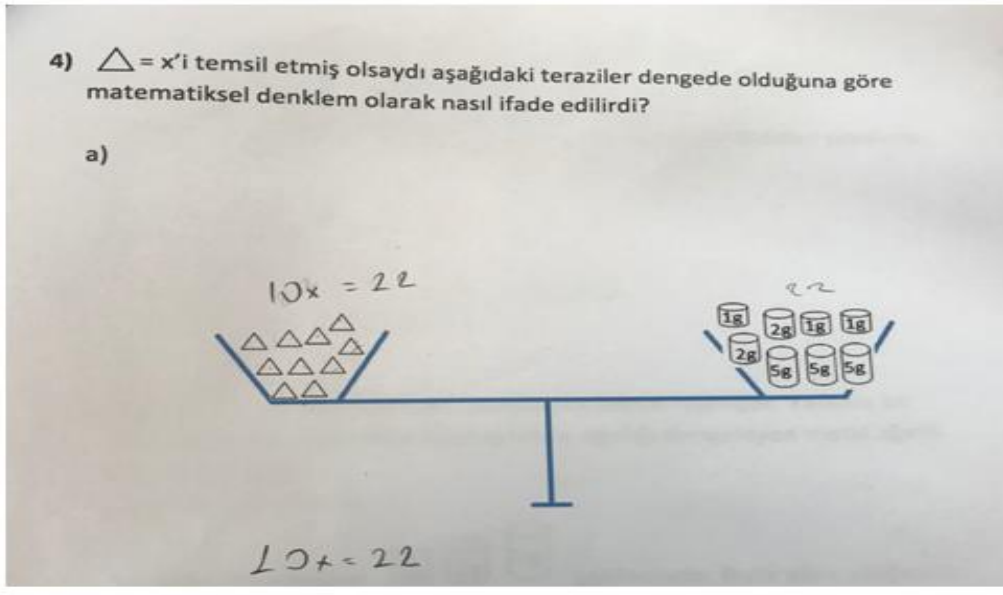
D sorusunda bu kez verilen cisimlerin ağırlıklarını değil de metal ağırlıkların kaç g olduğunu hesapladı. Ve dengeyi sağlamak için kaç tane üçgen ve kare cismi çizmesi gerektiğini buldu.



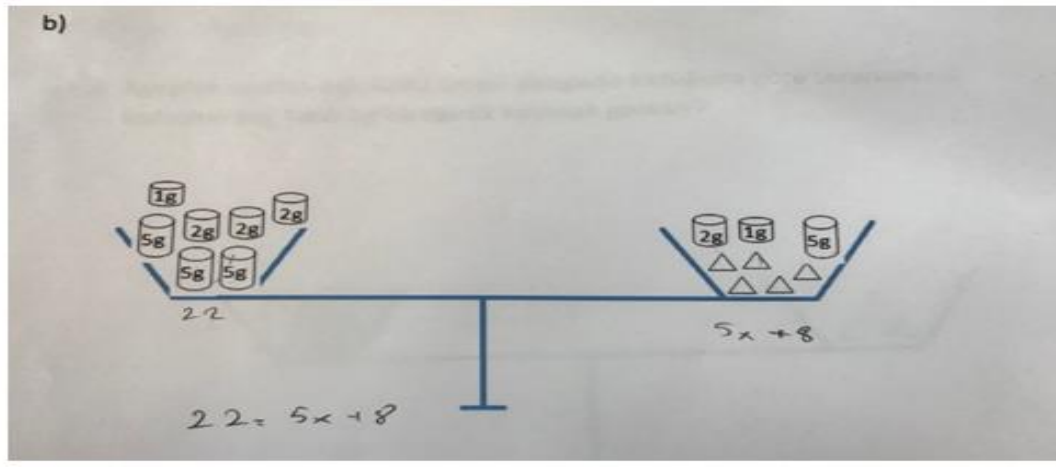
3. soruya geldiğinde ise d sorusunda yaptığı adımlar gibi önce metal ağırlıkları hesapladı. Sonra kaç tane kare ve üçgen şekli çizebileceğini buldu. Ve en sonda bulduğu bu sonuca göre denklem şeklinde ifade etti.



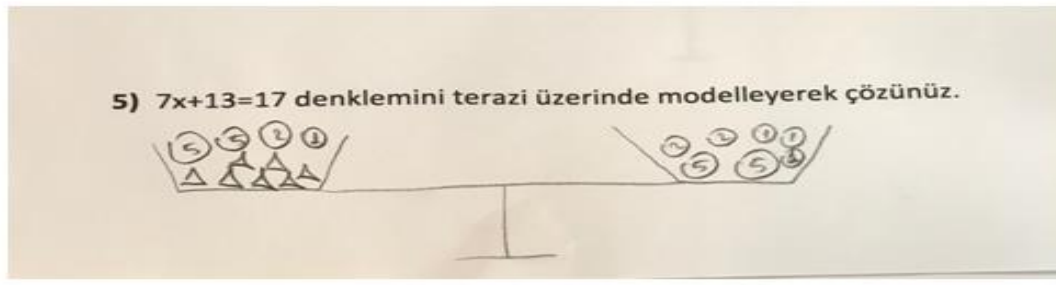
4. soruda artık üçgen değil de üçgeni temsil eden bir bilinmeyen olan "x" vardı. Ve terazinin kefeleri dengede olduğuna göre bunu matematiksel olarak nasıl ifade edebileceğini düşündü. Öncelikle terazinin sağ kefesindeki metal ağırlıları hesapladı. Daha sonra sol kefede kaç tane üçgen şekli olduğunu hesapladı. 10 tane üçgen olduğu için "10x" dedi. Ve denge sağlandığına göre "10x=22" doğru cevabını verdi.



B sorusunda ise terazinin sağ kefesinde x'lerin yanında metal ağırlıkta vardı. Öğrenci ilk olarak sol kefedeki metal ağırlıkları hesapladı. Daha sonra sağ kefede kaç tane x olduğunu ve metal ağırlıkların kaç g olduğunu buldu. Denklemi "22=5x+8" şeklinde doğru olarak yazdı.



5. soruda ise terazinin sol kefesine 7 tane x ve 13g ağırlık olacak şekilde 2 tane 5g, 1 tane 2g ve 1 tane de 1g'lık ağırlıklar çizdi. Sağ kefeye ise toplamda 17g olacak şekilde 2 tane 5g, 2 tane 2g ve 3 tane 1g'lık metal ağırlıklar çizdi.



ÖA1-soru7 (yanıt): *Öğrenciye uyguladığım "Denklem konusundaki hata ve kavram yanılgıları belirleme ölçeğinde" öğrencinin son soru olan 7. Soruda kavram yanılgısına düştüğünü gördüm. Öncelikle öğrenci "=" işaretinin ne anlama geldiğini anlamlandıramamaktadır. Öğrenci soruyu okuduktan sonra kare şekli çizip bunu "x" olarak isimlendirdi. Daha sonra ise daire çizip ona da "+6" dedi. Denklemi "4x+6=18" okuduktan sonra 18'i 6'ya bölüp 3 derken 18'i 4'e bölmeye çalışıp bölemeyince " demek ki böyle çözülmeyecek" diye düşünüp başka yoldan gitmeye çalıştı. Denklemde 4x ifadesi olduğu için terazinin sol kefesine 4 tane kare şekli çizdi. Daha sonra 1 tane daire şekline +6 demesine rağmen 6 tane daire çizdi. Hâlbuki onun yaptığı işleme göre 1 tane çizmesi gerekirdi. Daha sonra terazinin sağ kefesine "toplamda 18 tane şekil çizmem gerekiyor. Yani kare ve daire şekillerinin toplam sayısı 18 olmalı" diye düşündü. Ama kare ve daire sayısının neye göre belirleneceğini kendi de bilmediği için rastgele sayıda çizdi. Ama toplam şekil sayısını 18 olacak şekilde ayarladı.*

Ben de öğrencinin bu soruda yaşadığı kavram yanılgılarını gidermek için çalışma kâğıdı hazırladım. Çalışma kâğıdımda önceliğim sorularımın kolaydan zora olmasıydı. Ayrıca sorularımı hazırlarken son sorum olan terazi sorusuna doğru adım adım gitmesini istedim. Bir sonraki sorum hep bir önceki sorumun üzerine bir şeylerin eklenmesi ile oluştu. Sorularım birbirinden bağımsız sorular olmadı. Birbirleriyle bağlantılı sorular oluşturdum. Aslında öğrenci soruları çözmeye başlarken adım adım terazi sorusuna doğru gidecek.

Yani direkt olarak terazi sorusu sormak yerine terazi sorusunu çözerken kullanacağı her bir adım için ayrı ayrı soru hazırladım. Böylece öğrenci o soruları çözerken farkında olmadan terazi sorusunun adımlarını çözmüş olacak. Son soru olan terazi sorusuna geldiğinde ise zorluk yaşamayacak. Çünkü o sorunun adımlarını bir önceki sorularda basamak basamak çözmüş olacak. Çalışma kâğıdımda toplamda 5 soru yer alıyor. Aslında ilk 4 soru 5. sorunun adımları olmuş oluyor. Yani ilk 4 soru 5. soruyu oluşturmuş oluyor. →3puan

Öğretmen adayı, öğrencisinin eşitlik ve değişken kavramları konusunda sıkıntı yaşadığını belirlemiş ve bunu gidermeye yönelik bir çalışma planlamıştır. Adayın açıklamalarından da görüleceği üzere, hazırlanan çalışma yaprağı öğrencinin yaşadığı güçlüklerin giderilmesine hizmet etmektedir.

4. SONUÇ, TARTIŞMA VE ÖNERİLER

Bu çalışma, öğretmen adaylarının matematik öğretmede gerekli bakış açısını oluşturabilmeleri için bir takım öğrenci aktivitesini izlemelerini ve geliştirmelerini içermektedir. Bunun anlamı, adayların kayda değer olaylara katılması ve bu gözlemlere dayalı olarak eğitim kararları verebilmesi anlamına gelir (Van Es, 2010). Bu çalışmada, öğretmen adaylarının öğrenci çalışmasına ilişkin farkındalıklarının irdelenmiştir. "Teşhis" aşamasında tüm öğretmen adaylarının yüksek seviyede puanlar aldığı gözlenmiştir. Yorumlama aşamasında ise, puanlar düşüş göstermektedir. Adaylar öğrenci yanıtını daha önceden bildikleri kavram ve terimlerle ilişkilendirmek yerine daha genel ifadelerde bulunmuşlardır. Öğretmen adaylarının daha önceki çalışmalardan (Ferna´ndez, Llinares, Valls, 2012), farklı olarak, öğrenci çalışmalarını teşhis (attending) adımında başarılı olmaları, adayların cebirsel kavramlar ve öğretim yaklaşımları dersini almış olmaları, bu dersten yüksek başarı göstermiş olmaları ve denklemler konusununa ilişkin yoğun bir ön hazırlık aşaması geçirmiş olmaları ile açıklanabilir. Fakat bunun dışında, adaylar yorumlama(interpreting) aşamasında ilk aşamadaki kadar başarılı olamamışlardır. Bu sonuç, farkındalık üzerine yapılmış önceki çalışmaların sonuçlarıyla uyumludur (Barnhart ve Van Es, 2015; Choy, 2016; Doerr, 2006; Jacobs ve diğerleri, 2010; Santagata ve Yeh, 2016). Beceriler arasındaki ilişki incelendiğinde, öğrenci fikirlerini yüksek seviyede analiz etmenin veyanıtlamanın, öğrenci fikirlerini yüksek seviyede teşhis etmekle mümkün olduğunu ortaya koymaktadır. Bununla birlikte, öğrenci fikirlerini yüksek seviyede teşhis etmek, yüksek seviyede analiz ve yanıtlamayı garantilemez (Barnhart ve Van Es, 2015). Bunun yanında, hiçbir kategoride düşük seviyede öğretmen adayı çıkmaması sevindiricidir. Bunun nedeni de öğretmen adaylarının sürece olan katkıları olabilir.

Son adım olan yanıtlama aşaması için, bu aşamadan yüksek puan alan bir öğretmen adayının geliştirdiği çalışma kâğıdı örneği sunulmuştur. Öğretmen adayı bir etkinlik yardımı ile öğrencisinde varolan hata ve güçlükleri giderme deneyimi gerçekleştirmiştir. Bu çalışma yardımı ile aday, öğrencisinin denklemin "eşitlik" anlamını kavradığını ifade

etmiştir. Aslında adayın ifade ettiği şey, öğrencisinin işlemsel düşünceden ilişkisel düşünceye yönelmesi olmuştur. Daha sonra sorduğu benzer sorulara mantıklı cevaplar aldığını ifade eden öğretmen adayının başarılı olduğu varsayılmış ve örnek çalışması tartışılmıştır.

Çalışmadan elde edilen sonuçlar, önceki çalışmalardan farklı olarak (Ferna´ndez ve diğerleri, 2012), aday öğretmenlerin öğrenci farkındalıklarına ilişkin açıklamalarının, ilk adım(teşhis) için umut verici düzeyde olduğunu göstermektedir. Bunun nedeni, daha önce de belirtildiği gibi adayların ön hazırlık süreci ile açıklanabilir. Buna bağlı olarak, Öğretmen adayının alan bilgisinin her ne kadar farkındalık için yeterli olmadığı bilinse de (Barnhart ve van Es, 2015), gerekli olduğu bir kez daha ortaya çıkmıştır. Bunun kanıtı, adayların ön çalışma süresince ilgili konu alan bilgisine odaklanmaları olmuştur. Daha önce Sánchez-Matamoros, Fernández ve Llinares (2019) tarafından yapılan kapsamlı çalışmanın öneriler kısmında da adayların ön öğrenmelerinin tamamlanması konusu vurgulanmıştır. Çalışmamız bu öneriye uygun yaklaşımı ile literatürde bir boşluğu doldurur niteliktedir.

Mercek altına alınan adayın (Ö1), öğrenci yanıtlarını anlamlandırması ve öğrencisinin eksiklerini belirleyerek bu eksikleri gidermeye yönelik adım adım bir planlama yapabilmesi, sonucun olumlu olmasını sağlamıştır. Bu adayın yüksek farkındalık seviyesinde olması araştırmanın görünür sonuçlarından birisidir ancak bu sonucun altındaki nedenler daha derinden irdelenerek bir çerçeve oluşturulabilir. Örneğin çalışmaya katılan her üç aday da birbirine yakın akademik başarıya, aynı seviyede ön bilgiye sahipken, farkı yaratan unsur ne olabilir? (Yorumlama adımından daha düşük puanlar alan araştırmacılar mevcuttur). İleriki araştırmalarda bu sorunun yanıtı aranabilir.

Denklemler konusu ile sınırlı olarak tasarlanan bu araştırma, öğrencilerle birebir görüşmeler yapan öğretmen adaylarının öğrenci farkındalık düzeylerini belirlemeyi amaçlamıştır. Bu çalışmanın amaçlarının ötesine geçilerek, adayların farkındalık gelişimine yönelik çalışmalar da yapılabilir. Alan yazında öğretmen ve öğretmen adayı farkındalığının bir takım aktiviteler yardımı ile geliştirilebilir bir beceri olduğuna ilişkin kanıtlara rastlanması, (Güner ve Akyüz, 2017; Özdemir-Baki ve Işık, 2018; Star ve Strickland, 2008; van Es ve Sherin, 2002) yapılacak çalışmalar için yol gösterici olabilir. Ulusal alan yazında öğretmen adayının farkındalık düzeyine ve gelişimine ilişkin sınırlı sayıda araştırma bulunması (Özdemir-Baki ve Işık, 2018; Güner ve Akyüz, 2017) bu ihtiyacı doğrular niteliktedir.

Kaynaklar

Akkaya, R. ve Durmuş, S. (2010). İlköğretim 6. sınıf öğrencilerinin cebir öğrenme alanındaki kavram yanılgılarının giderilmesinde çalışma yapraklarının etkililiği. *Dumlupınar Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, *27*, 7-26.

Güner, P. ve Akyüz, D. (2017). Ders imecesi (lesson study) mesleki gelişim modeli: Öğretmen adaylarının fark etme becerilerinin incelenmesi. *İlköğretim Online, 16*(2), 428-452.

Ball, D. L., Thames, M. H. ve Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching. What makes it special? *Journal of Teacher Education*, *59*(5), 389–407.

Barnhart, T. ve Van Es, E. (2015). Studying teacher noticing: examining the relationship among pre-service science teachers' ability to attend, analyze and respond to student thinking. *Teaching and Teacher Education, 45*, 83-93.

Bartell, T. G., Webel, C., Bowen, B. ve Dyson, N. (2013). Prospective teacher learning: recognizing evidence of conceptual understanding. *Journal of MathematicsTeacher Education, 16*(1), 57–79.

Callejo, M. L. ve Zapatera, A. (2017). Prospective primary teachers' noticing of students' understanding of pattern generalization. *Journal of Mathematics Teacher Education, 20*(4), 309–333.

Carpenter, T., Levi, L., Franke, M. ve Zeringue, J. (2005). Algebra in elementary school: Developing relational thinking. Zentralblatt für Didactic der Mathematik. (International Reviews on Mathematics Education), *ZDM, 37*(1), 53–59.

Choy, B. H. (2016). Snapshots of mathematics teacher noticing during task design. *Mathematics Education Research Journal*, *28*(3), 421–440.

Dede, Y. (2004). "Değişken kavramı ve öğrenimindeki zorlukların belirlenmesi". *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri Dergisi*, *4*(1), 24-56.

Doerr, H. M. (2006). Examining the tasks of teaching when using students' mathematical thinking. *Educational Studies in Mathematics*. *62*(1), 3-24.

English, L. D. ve Halford, G. S. (1995). *Mathematics education: models and processes.* Mahwah, NJ: Erlbaum.

Erbaş, A. K., Çetinkaya, B. ve Ersoy, B. (2009). Öğrencilerin basit doğrusal denklemlerin çözümünde karşılaştıkları güçlükler ve kavram yanılgıları. *Eğitim ve Bilim, 34*(152), 45-59.

Erdem, Z. Ç. (2013). *Öğrencilerin denklem konusundaki hata ve kavram yanılgılarının belirlenmesi ve bu hata ve yanılgıların nedenleri ve giderilmesine ilişkin öğretmen görüşleri*. Yayınlanmış yüksek lisans tezi, Adıyaman Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Adıyaman.

Ferna´ndez, C., Llinares, S. ve Valls, J. (2012). Learning to notice students' mathematical thinking through on-line discussions. *ZDM Mathematics Education*, *44*(6), 747–759.

Fernández, C., Llinares, S. ve Valls, J. (2013). Primary teacher's Professional noticing of students' mathematical thinking. *The Mathematics Enthusiast*, 10(1 & 2), 441-468.

Franke, M. L. ve Kazemi, E. (2001). T*eaching as learning within community of practice: characterizing generative growth.* Wood, B. S. Nelson, J. Warfield (Ed.), Beyond classicalpedagogy: teachingelementary school mathematics (s. 47-74) içinde. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.

Gall, M.D., Borg, W.R. ve Gall, J.P. (1996). *Educational research: an introduction* (6. ed), White Plains, NY Longman.

Güner, P. ve Akyüz, D. (2017). Ders imecesi (lesson study) mesleki gelişim modeli: Öğretmen adaylarının fark etme becerilerinin incelenmesi. *İlköğretim Online, 16*(2), 428-452.

Hines, E. ve McMahon, M. T. (2005). Interpreting middle school students' proportional reasoning strategies: observations from prospective teachers. *School Science and Mathematics*, *105*(2), 88–105.

Jacobs, V. R., Lamb, L. ve Philipp, R. A. (2010). Professional noticing of children's mathematical thinking. *Journal for Research in Mathematics Education*, *41(2)*, 169–202.

Kenney, P. A. ve Silver, E. A. (1997). *Results from the sixth mathematics assessment of the National Assessment of Educational Progress*. Reston, VA: The National Council of Teachers of Mathematics.

Kieran, C. (1992). The learning and teaching of school algebra. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of Research on mathematics teaching and learning* (pp. 390–419). New York: Macmillan.

Knuth, E., Alibali, M., McNeil, N., Weinberg, A. ve Stephens, A. (2005). Middle school students' understanding of core algebraic concepts: Equivalence and variable. *ZDM, 37*(1), 68–76.

Llinares, S. veKrainer, K. (2006). *Mathematics (student) teachersandteachereducator as learners.* A.Gutie´rrez ve P. Boero (Ed.), Handbook of research on the psychology of mathematicseducation: Past, present and future (s. 429–459) içinde. Rotterdam: Sense Publishers.

MacGregor, M. ve Stacey, K. (1993). Cognitivemodelsunderlyingstudents' formulation of simple line a requations. *Journal for Research in MathematicsEducation*, *24*, 217-232.

Macgregor, M. ve Stacey, K. (1997). Students' understanding of algebraic notation: 11-15. *Educational Studies in Mathematics, 33, 1-19.*

Masal, E. ve Çelik, S. Ç. (2018). A Glance at the Equation and Equality Learning of 7th Grade Students in terms of Student Knowledge. Sakarya University Journal of Education.8(2), 168-186.

Matthews, P., Rittle-Johnson, B., McEldon, K. ve Taylor, R. (2012). Measure for measure: What combining diverse measures reveals about children's understanding of the equal sign as an indicator of mathematical equality. *Journal for Research in Mathematics Education, 43*(3), 316–350.

Özdemir-Baki, G. ve Işık, A. (2018). Öğrencilerin matematiksel düşünmelerine yönelik öğretmenlerin farkındalık düzeylerinin incelenmesi: Ders imecesi modeli. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education, 9*(1), 122-146.

Perso, T. F. (1992). *Using diagnostic teaching to overcome misconceptions in algebra.* The Mathematical Association of Western Australia.

Ponte, J. P. ve Chapman, O. (2006). Mathematics teachers' knowledge and practices. In A. Gutierrez & P. Boero (Eds.), *Handbook of research on the psychology of mathematics education: Past, present and future* (pp. 461-494). Rotterdam/Taipei: Sense Publishers.

Sa´nchez-Matamoros, G., Ferna´ndez, C. ve Llinares, S. (2015). Developing prospective teachers' noticing of students' understanding of the derivative concept. *International Journal of Science and Mathematics Education, 13*(6), 1305–1329.

Sánchez-Matamoros, G., Fernández, C. ve Llinares, S. (2019). Relationships among prospective secondary mathematics teachers' skills of attending, interpreting and responding to students' understanding. *Educational Studies in Mathematics*, *100*(1), 83–99.

Santagata, R. ve Yeh, C. (2016). The role of perception, interpretation, anddecisionmaking in the development of beginningteachers' competence. *ZDM*, *48*(1-2), 153–165.

Schack, E., Fisher, M., Thomas, J., Eisenhardt, S., Tassell, J. ve Yoder, M. (2013). Prospective elementary school teachers' professional noticing of children's early numeracy. *Journal of MathematicsTeacherEducation*, *16*, 379-397.

Sherin, M. G., Jacobs, V. R. ve Philipp, R. A. (Ed.). (2011). *Mathematics teacher noticing: seeing through teachers' eyes.* Nueva York: Routledge.

Shulman, L. S. (1987). Knowledge andteaching: Foundations of the new reform. *Harvard Educational Review, 57*(1), 1-22.

Stacey, K. ve MacGregor, M. (1997). *Ideas about symbolism that students bring to algebra.* The MathematicsTeacher, *90*(2), 110-113.

Star, J. R. ve Strickland, S. K. (2008). Learning to observe: Using video to improve preservice mathematics teachers' ability to notice. *Journal of Mathematics Teacher Education, 11*(2), 107–125.

van Es, E. ve Sherin, M. G. (2002). Learning to notice: Scaffolding new teachers' interpretations of classroom interactions. *Journal of Technology and Teacher Education, 10*(4), 571–596.

Van Es, E. A. ve Sherin, M. G. (2010). The influence of video clubs on teachers' thinking and practice. *Journal of Mathematics Teacher Education, 13*(2), 155-176.

van den Kieboom, L., Magiera, M. T. ve Moyer, J. (2017). Learning to notice student thinking about the equal sign: K-8 pre-service teachers' experiences in a teacher preparation program. In E. O., Schack, M. H., Fisher, ve J. Wilhelm, (Eds.), *Teacher noticing – Bridging and broadening perspectives, contexts, and frameworks*, (s. 141-159). New York, NY: Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-46753-5_9

Yaman, H., Toluk, Z. ve Olkun, S. (2003). İlköğretim Öğrencileri Eşit İşaretini Nasıl Algılamaktadırlar? *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 24*, 142- 151.

Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2005). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma teknikleri.* Ankara: Seçkin Yayınları.

Wagner, S. (1983). What are these called variables?. *Mathematics Teacher*, *76*(7), 474-478.

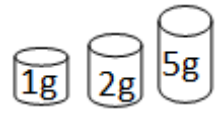
Wilson, P. H., Mojica, G. ve Confrey, J. (2013). Learning trajectories in teacher education: supporting teachers' understanding of students' mathematical thinking. *Journal of Mathematical Behavior*, *32*(2), 103–121.

Ek

Çalışma Kâğıdı

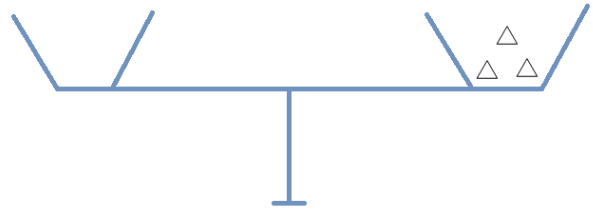
1) □ ⟶ kare, △ ⟶ üçgen olduğuna göre, aşağıdaki ifadeleri şekillerle gösteriniz.

a) 2 kare, 3 üçgen
b) 2 üçgen
c) 4 üçgen, 3 kare
d) 5 kare

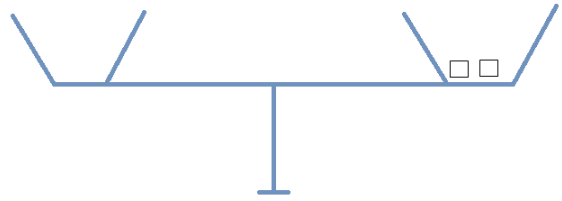
2) □ ve △ şekilleri eşit kollu terazide tartılmak isteniyor. Kefenin bir tarafına şekiller konurken diğer tarafına ağırlığı dengeleyen metal ağırlık cisimleri konuyor. △ =10g □ =15g ve metal ağırlık cisimleri 

şeklindedir. Buna göre aşağıdaki soruları cevaplayınız.

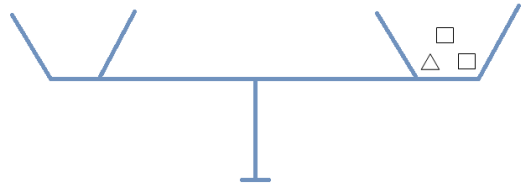
a) Aşağıda verilen eşit kollu terazi dengede olduğuna göre terazinin sol kefesine kaç tane 5g'lık ağırlık koymak gerekir?



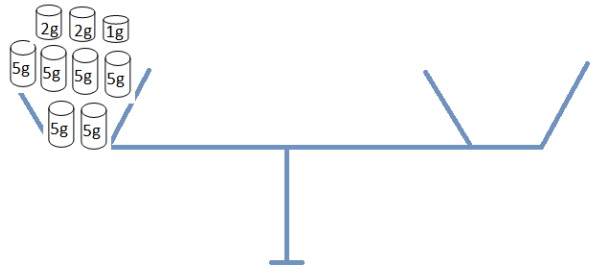
b) Aşağıda verilen eşit kollu terazi dengede olduğuna göre terazinin sol kefesine kaç tane 2g'lık ağırlık koymak gerekir?



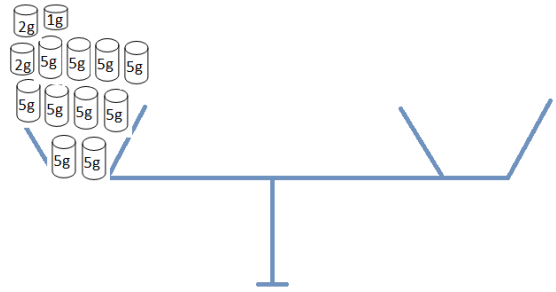
c) Aşağıda verilen eşit kollu terazi dengede olduğuna göre terazinin sol kefesinde kaç tane 1g, 2g ve 3g'lık ağırlık kullanılabilir?



d) Aşağıda verilen eşit kollu terazi dengede olduğuna göre terazinin sağ kefesine kaç tane üçgen ve kare şekli konulabilir?

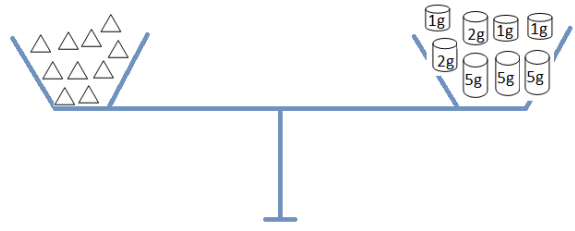


3) Aşağıda verilen eşit kollu terazi dengede olduğuna göre terazinin sağ kefesine kaç tane kare ve üçgen şekli gelebilir? Bunu matematiksel denklem olarak ifade ediniz.(örneğin: □ + △ =25 gibi)

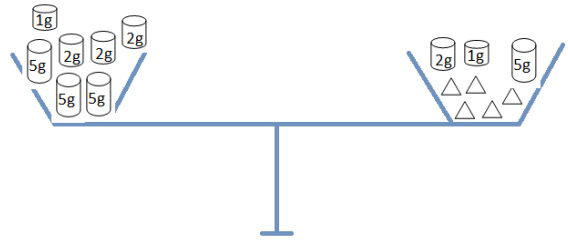


4) △= x 'i temsil etmiş olsaydı aşağıdaki teraziler dengede olduğuna göre matematiksel denklem olarak nasıl ifade edilirdi?

a)



b)



5) 7x+13=17 denklemini terazi üzerinde modelleyerek çözünüz.